LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2019-2020
Secondo Appello - 30/01/2019

Attenzione: si scrivano **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso IN ALTO A DESTRA** su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tavole di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1. $(C \vee A) \ \wedge \ \neg(A \vee \neg(C \wedge \neg B \Rightarrow A)) \ \Rightarrow \ B \vee A$
2. $(C \vee A) \ \wedge \ \neg(A \vee (C \wedge \neg B \Rightarrow A)) \ \Rightarrow \ B \vee A$

ESERCIZIO 2
Si consideri l'alfabeto del primo ordine $\mathcal{A}$ con simboli di costante $\mathcal{C} = \{p, g\}$ e simboli di predicato $\mathcal{P} = \{A(-,-), C(-,-)\}$ e l'interpretazione $I = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D}$ è l'insieme di tutte le persone, e

- $\alpha(p)$ è la persona Paolo;
- $\alpha(g)$ è la persona Gianni;
- $\alpha(A)(d_1, d_2)$ è vera se e solo se le persone d_1 e d_2 sono amici;
- $\alpha(C)(d_1, d_2)$ è vera se e solo se le persone d_1 e d_2 si conoscono.

Formalizzare il seguente enunciato usando l'alfabeto $\mathcal{A}$ rispetto all'interpretazione I:

"Tutti gli amici di Paolo si conoscono, invece non tutti gli amici di Gianni si conoscono."

ESERCIZIO 3
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x):

$$(\forall x \,.\, P) \vee (\forall x \,.\, Q) \ \Rightarrow \ (\exists x \,.\, P \vee Q) \vee (\forall x \,.\, R)$$

Suggerimento: potrebbe essere utile la legge $A \Rightarrow B \vee C \ \equiv \ A \wedge \neg B \Rightarrow C$

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a: array [0, n) of int** e **b: array [0, m) of int**):

"Ogni elemento di **a** è uguale alla somma di due o di tre elementi contigui di **b**"

ESERCIZIO 5
Assumendo **a: array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato,

$\{c = 1 \ \wedge \ y = 0\}$
$\{\mathsf{Inv}\!: \ y \in [0, n] \ \wedge \ \big((c = 0) \equiv (\exists i \,.\, i \in [0, y) \wedge a[i] = 0)\big)\}\{\text{t: } n - y\}$

```
while y < n do
     c, y := c * a[y], y+1
endw
```

$\{(c = 0) \equiv (\exists i \,.\, i \in [0, n) \wedge a[i] = 0)\}$

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.
Suggerimento: Si ricordi la seguente proprietà della moltiplicazione: $(a * b = 0) \equiv (a = 0) \vee (b = 0)$.

ESERCIZIO 6
Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int** e **b: array [0, n) of int**):

$\{ \ x \in [1, n-1) \ \wedge \ a[x] \geq 0 \ \wedge \ b[x] \geq 0 \ \wedge \ (\forall i \,.\, i \in [0, x) \Rightarrow (a[i] < b[i+1]) \vee (b[i] = 0))\}$

```
if (b[x]=0)
   then x:= x+1
   else a[x-1]:= a[x] mod b[x]
fi
```

$\{(\forall i \,.\, i \in [0, x) \Rightarrow (a[i] < b[i+1]) \vee (b[i] = 0))\}$