
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
06/02/2020

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

Esercizio 1. È data la funzione $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{1-x}$.

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$ per $x \in (0, 1)$.
2. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ha un'unica soluzione reale α .
3. Si mostri che il metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$ risulta convergente per ogni scelta di $x_0 \in (0, 1)$. Quale è l'ordine di convergenza?
4. Si spieghi perché il metodo delle tangenti non è applicabile a partire dai punti $x_0 = 0$ e $x_0 = 1$.
5. Si scriva una funzione Matlab che implementa passi del metodo delle tangenti per l'approssimazione di α . La funzione deve prendere in ingresso un valore x_0 e un valore tol e arrestarsi se $|f(x_k)| < tol$ o se sono stati effettuati più di 100 passi.

Esercizio 2. Siano α e β due parametri reali e sia $A \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ la matrice definita da

$$a_{ij} = \begin{cases} \alpha & \text{se } i = j, i = 1, \dots, 2n \\ \beta & \text{se } j = 2n - i + 1, i = 1, \dots, 2n \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere (dimostrando il risultato o viceversa producendo un controesempio)
 - a) La matrice A ha sempre autovalori reali
 - b) La matrice A è sempre invertibile
2. Si dimostri che se $\alpha \neq 0$ il procedimento di eliminazione di Gauss può essere portato a termine senza scambio di righe e si fornisca la matrice ridotta in forma triangolare superiore U . Cosa si può dire per $\alpha = 0$?
3. Si calcoli in funzione di α e β il $\det(A)$.
4. Si scriva una funzione Matlab di costo lineare per la risoluzione del sistema $U\mathbf{x} = \mathbf{b}$ che tenga conto della particolare struttura della matrice U . La funzione prende in ingresso il vettore \mathbf{b} ed i parametri α e β .