

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2019/2020 – Correzione Appello 03/06/2020

Il parametro p denota il numero di matricola dello studente. Vale $p > 1$.

Esercizio 1

1. Si ha $f(x) \in C^\infty(I), I = (-1, +\infty), \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, f(0) = 0,$
 $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{p} \geq 0 \iff x \leq p-1 > 0, x \in I$ e $f''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0 \forall x \in I$. Segue
 $f(p-1) > 0$ e quindi $\exists! \alpha > p-1$ con $f(\alpha) = 0$.
2. Se $x_0 \geq \alpha$ la successione converge per il teorema di convergenza in largo. Se $p-1 < x_0 \leq \alpha$ allora $x_1 \geq \alpha$ e quindi la successione converge per il punto precedente. Pertanto $x_0 = p > p-1$ implica la convergenza della successione.
3.

```
function [x,it] = inf_03_06_20_nonlinear_1(tol, p)
f=@(x)log(x+1)-x/p;
f1=@(x)1./(x+1)-1/p;
err=inf; it=0; x0=p;
while(err>=tol)
    x=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(x-x0);
    it=it+1;
    x0=x;
end
end
```

Esercizio 2

1. La matrice A ammette fattorizzazione LU per ogni valore di α . La matrice U ha elementi diagonali 1 e $1 - \alpha p$ in posizione n . Segue che A é invertibile se e solo se $\alpha \neq 1/p$.
2. La matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel é triangolare superiore con le prime $n - 1$ colonne nulle mentre l'ultima colonna ha elemento αp in posizione n . Segue che $\rho(G) = |\alpha|p$ da cui il metodo converge se e solo se $-1/p < \alpha < 1/p$.
3. La matrice di iterazione del metodo di Jacobi ha colonne nulle in posizione $2, \dots, n - 1$. Sviluppando con la regola di Laplace secondo queste colonne si ottiene $\det(\lambda I - J) = \lambda^{n-2}(\lambda^2 - \alpha p)$ da cui $\rho(J) = \sqrt{|\alpha|p}$. Pertanto il metodo converge se e solo se $-1/p < \alpha < 1/p$.