CALCOLO NUMERICO

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2019/2020 – Correzione Appello 01/09/2020

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Posto $A = A_n$ la matrice di ordine n, dopo un passo del processo di eliminazione gaussiana applicato ad A si ottiene $A^{(1)} = \left[\begin{array}{c|c} 1 & -1 \dots -1 \\ \hline \mathbf{0} & A_{n-1} \end{array}\right]$. Ne segue che A ammette fattorizzazione LU con
$$L = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ -1 & \ddots & & \\ & \ddots & 1 & \\ & & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & -1 \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & 1 & -1 \\ & & & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Si ha $\parallel U \parallel_\infty = n$. Per il calcolo dell'inversa da $U\boldsymbol{x}_j = \boldsymbol{e}_j$ si ricava $(\boldsymbol{x}_j)_k = 0$ se $k > j$, $(\boldsymbol{x}_j)_j = 1$ e $(\boldsymbol{x}_j)_k = \sum_{\ell=k+1}^{j} (\boldsymbol{x}_j)_\ell$ se $k < j$. Ne segue $(\boldsymbol{x}_j)_k = 2^{j-k-1}$ per $k < j$. Quindi $\parallel U^{-1} \parallel_\infty = 1 + 1 + 2 + 4 + \ldots + 2^{n-2} = 2^{n-1}$. Pertanto si conclude che $\mathcal{K}_\infty(U) = \parallel U \parallel_\infty \parallel U^{-1} \parallel_\infty = n2^{n-1}$.

3.
```
function [x] = inf_01092020(b)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
x(n)=b(n);
s=x(n);
for k=n-1:-1:1
    x(k)=b(k)+s;
    s=s+x(k);
end
end
```

Esercizio 2

1. Si ha $f \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $f'(x) = 3x^2 - 2 \leq 0 \iff -\sqrt{2/3} \leq x \leq \sqrt{2/3}$ con $f(-\sqrt{2/3}) > 0$ e $f(\sqrt{2/3}) > 0$. Segue che $f(x) = 0$ ammette una sola soluzione reale α con $\alpha \in [-2, -1]$.

2. Si ha $f''(x) = 6x \leq 0 \iff x \leq 0$. Per $x_0 = -1$ si ottiene $x_1 < \alpha$ da cui la convergenza per il teorema di convergenza in grande.

3. Con $x_0 = 0$ si ha $x_1 = 1$ e $x_2 = 0$. Quindi la successione generata non converge.