

Geometria Analitica e Algebra Lineare

A.A. 2013-2014

Docente: Elisabetta Fortuna

Programma preliminare

Nota: il seguente è un programma di massima; a seconda dello svolgimento concreto del corso potranno esserci alcune variazioni. Sia le prove in itinere (compitini) sia l'esame finale verteranno sul programma effettivamente svolto, che gli studenti sono invitati a verificare sulla pagina web dedicata ai registri delle lezioni.

Spazi vettoriali e sottospazi. Applicazioni lineari, nucleo e immagine, isomorfismi, lo spazio $\text{Hom}(V, W)$. Identificazione fra $\text{Hom}(\mathbb{K}^n, \mathbb{K}^p)$ e $M(p, n, \mathbb{K})$. Sistemi lineari, algoritmo di Gauss. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio vettoriale di \mathbb{K}^n . Composizione di applicazioni lineari, prodotto righe per colonne di matrici. Indipendenza lineare, basi, dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Formula di Grassmann, formula delle dimensioni di nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Passaggio alle coordinate, matrice associata ad un'applicazione lineare, cambiamenti di base. Rango di un'applicazione lineare e di una matrice, rango della trasposta di una matrice; calcolo dell'inversa di una matrice invertibile. Spazio duale, annullatore di un sottospazio, applicazione trasposta. Isomorfismo canonico fra uno spazio vettoriale finitamente generato e il suo bidual.

Teoria del determinante e applicazioni: definizione assiomatica del determinante, esistenza e unicità, interpretazione geometrica, formule esplicite, sviluppi di Laplace, teorema di Binet, regola di Cramer, formula dell'inversa di una matrice invertibile, determinante della trasposta, caratterizzazione del rango di una matrice via determinanti.

Endomorfismi di uno spazio vettoriale, sottospazi invarianti. Endomorfismi coniugati e matrici simili. Autovalori e autospazi, polinomio caratteristico. Caratterizzazione degli endomorfismi diagonalizzabili e di quelli triangolabili. Teorema di Hamilton-Cayley. Ideale di un endomorfismo, polinomio minimo. Forma canonica di Jordan. Forma di Jordan reale.

Struttura affine di \mathbb{R}^n . Spazi affini, combinazioni affini, sottospazi affini e loro giacitura. Sistemi di riferimento affini. Trasformazioni affini.

Forme bilineari. Matrici rappresentative di forme bilineari, matrici congruenti. Rango di una forma, forme non degeneri. Prodotti scalari e forme quadratiche. Ortogonalità, vettori isotropi, esistenza di basi ortogonali, procedimenti di ortogonalizzazione, proiezioni ortogonali. Isometrie, ogni gruppo ortogonale è generato da riflessioni. Classificazione dei prodotti scalari reali e complessi a meno di isometrie, criterio di Jacobi. Dualità e teoremi di rappresentazione. Aggiunto di un endomorfismo. Spazi Euclidei, il gruppo ortogonale reale, algoritmo di Gram-Schmidt. Operatori autoaggiunti, il Teorema spettrale reale.

Classificazione affine delle coniche reali e complesse. Caratterizzazione delle trasformazioni di \mathbb{R}^n che preservano la distanza euclidea. Classificazione metrica delle coniche reali. Quadriche.

Testi di riferimento

Le lezioni non seguiranno uno specifico libro di testo; lo studente può però reperire i vari argomenti trattati in uno o più dei seguenti testi consigliati (consultabili nella biblioteca del dipartimento):

Abate: *Geometria*, McGraw Hill

Ciliberto: *Algebra lineare*, Bollati Boringhieri

De Bartolomeis: *Algebra Lineare*, La Nuova Italia

Lang: *Algebra lineare*, Bollati Boringhieri

Sernesi: *Geometria 1*, Bollati Boringhieri

Informazioni

Durante il periodo delle lezioni il titolare del corso e l'esercitatore saranno a disposizione degli studenti in orari settimanali prestabiliti per discutere questioni ed esercizi riguardanti gli argomenti trattati nel corso.

L'esame finale prevede una prova scritta e una prova orale. Durante l'anno è previsto lo svolgimento di tre compiti; nel caso in cui la votazione conseguita in ciascuno dei tre compiti sia di almeno 16/30, lo studente è esonerato dalla prova scritta. Tale esonero resta valido durante tutto l'anno accademico ma viene annullato dalla consegna di una prova scritta durante un appello d'esame o dalla partecipazione ad una prova orale.

Nel caso in cui uno studente abbia conseguito in due dei tre compiti una votazione di almeno 16/30 e una votazione inferiore nel restante compito (o non abbia partecipato a tale prova), lo studente potrà cercare di recuperare il compito mancante esclusivamente durante il primo appello d'esame. In tale occasione sarà facoltà dello studente decidere se svolgere la prova completa oppure se svolgere solo la prova di recupero.

Nel caso in cui la votazione conseguita in una prova scritta d'esame sia di almeno 16/30, lo studente è ammesso alla prova orale; tale prova può essere sostenuta in qualsiasi appello d'esame fino alla fine dell'anno accademico. La validità dell'ammissione alla prova orale viene annullata da una successiva consegna di una prova scritta durante un appello d'esame o dalla partecipazione ad una prova orale.

Per partecipare ad una prova scritta è richiesto di iscriversi collegandosi al sito <https://boole.dm.unipi.it/hamasy/>

Le iscrizioni si chiudono il giorno precedente all'inizio dell'appello.

È obbligatorio presentarsi allo scritto muniti di libretto universitario o tessera universitaria con foto.

Durante ogni prova scritta o compito è consentita la consultazione di libri ma non di quaderni e appunti personali.