CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2020/2021 – Correzione Appello 27/10/2020

NOME	COGNOME	MATRICOLA

Esercizio 1

1. La matrice è predominante diagonale se $|\alpha| < 1$ e $|\beta| < 1$.
2. Dopo i primi n passi di eliminazione gaussiana la matrice è ridotta in forma tringolare
$$A^{(n)} = \left[\begin{array}{c|c} I_n & -\beta I_n \\ \hline 0_n & (1-\alpha\beta)I_n \end{array}\right].$$
Segue che la fattorizzazione LU esiste per ogni α, β. Inoltre se $1-\alpha\beta \neq 0$ la fattorizzazione è unica per il teorema di esistenza ed unicità. Se, viceversa, $1-\alpha\beta = 0$ la fattorizzazione non è unica potendo ottenere differenti fattori triangolari inferiori L.
3. Posto G la matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel si ottiene
$$G = \left[\begin{array}{c|c} 0_n & -\beta I_n \\ \hline 0_n & \alpha\beta I_n \end{array}\right],$$
da cui segue che $\rho(J) = \sqrt{|\alpha\beta|}$ e quindi la convergenza se e soltanto se $|\alpha\beta| < 1$.

Esercizio 2

1. Si ha $f \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $f'(x) = \cos x + 2 > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Segue che $f(x) = 0$ ammette una sola soluzione reale α con $\alpha \in [0, 1]$.
2. Per $x_0 = 0$ si ottiene $x_1 = 1/3$. Poichè $f(1/3) < 0$ e $f''(x) = -\sin x < 0$ $\forall x \in (0, 1]$, dal teorema di convergenza in grande segue la convergenza della successione generata a partire da x_1 e quindi da $x_0 = 0$.
3.
```
function [x0,it] = inf_27_10_2020(x0, tol)
f=@(x) sin(x) + 2*x -1;
f1=@(x) cos(x) +2);
f0=f(x0);
err=abs(f0);
it=0;
while(err>tol)
    x0=x0-f0/f1(x0);
    f0=f(x0);
    err=abs(f0);
    it=it+1;
end
end
```