CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2020/2021 – Correzione Appello 11/01/2021

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Le sottomarici principali di testa di ordine $1, \ldots, n-1$ sono invertibili (triangolari superiori con elementi non nulli sulla diagonale principale). Pertanto esiste unica la fattorizzazione LU di A per ogni valore di α e β.

2. Dopo 1 passo di eliminazione gaussiana applicato ad A la matrice ridotta è triangolare superiore. Pertanto si ottiene

$$L = \left[\begin{array}{c|c} I_{n-1} & \mathbf{0} \\ \hline \beta \boldsymbol{e}_1^T & 1 \end{array}\right], \quad U = \left[\begin{array}{c|c} T & \alpha \boldsymbol{e} \\ \hline \mathbf{0}^T & 1-\alpha\beta \end{array}\right].$$

   Segue che A è invertibile per $1 - \alpha\beta \neq 0$.

3. ```
function [x] = inf_11_01_2021(b, alpha, beta)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
b(n)=b(n)-beta*b(1);
x(n)=b(n)/(1-alpha*beta);
s=0;
for k=n-1:-1:1
    x(k)=b(k)-alpha*x(n)-s;
    s=s+x(k);
end
end
```

   L'algoritmo ha costo lineare ($4n + O(1)$ operazioni aritmetiche).

**Esercizio 2**

1. Si ha $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $f'(x) = 1 + (x+2)e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ e $f''(x) = (x+3)e^x > 0 \iff x > -3$. Quindi $\exists! \alpha \in \mathbb{R}$ con $f(\alpha) = 0$. Inoltre si verifica che $\alpha \in [-1, 0]$.

2. Posto $I = (\alpha, 0]$ vale $f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) > 0$ per $x \in I$ e quindi la convergenza della successione segue dal teorema di convergenza in grande.
```