

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2020/2021 – Prova Scritta 11/01/2021

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, definita come

$$A = \left[\begin{array}{c|c} T & \alpha \mathbf{e} \\ \hline \beta \mathbf{e}^T & 1 \end{array} \right], \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R},$$

con $T \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$, $T = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ & \ddots & \vdots \\ & & 1 \end{bmatrix}$ matrice triangolare superiore con elementi non nulli uguali ad 1, e $\mathbf{e} = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$.

1. Determinare i valori di α e β per cui A ammette unica la fattorizzazione LU .
2. Per tali valori determinare la fattorizzazione LU di A . Determinare inoltre i valori di α e β per cui A è invertibile.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, restituisce in uscita la soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ calcolata mediante la fattorizzazione LU di A . Determinare il costo computazionale dell'algoritmo utilizzato.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = x + (x + 1)e^x = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione.
2. Si determini un intervallo di separazione per la soluzione α di minimo modulo dell'equazione.
3. Si studi la convergenza della successione generata dal metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione con punto iniziale $x_0 = 0$.