

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Informatica/Ingegneria Biomedica  
A.A. 2020/2021 – Esercizio

---

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

---

**Esercizio**

Siano  $\mathbf{v}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$  con  $v_1 \neq 0$ .

1. Si determini la matrice elementare di Gauss  $E$  tale che  $E\mathbf{v} = v_1\mathbf{e}_1$ , con  $\mathbf{e}_1$  primo vettore della base canonica di  $\mathbb{R}^n$ .
2. Si dica se la matrice  $A = \mathbf{v}\mathbf{z}^T$  ammette fattorizzazione LU. In caso affermativo determinare una fattorizzazione e dire se la fattorizzazione è unica.
3. Si determini la matrice  $B = E(\mathbf{v}\mathbf{z}^T)E^{-1}$ . Cosa si deduce riguardo gli autovalori di  $A = \mathbf{v}\mathbf{z}^T$ ?
4. Si determini gli autovalori di  $C = I + \mathbf{v}\mathbf{z}^T$ . Sotto quale condizione su  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{z}$  la matrice è invertibile?
5. Per risolvere il sistema lineare  $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$  si considera il metodo iterativo  $M = I$  e  $N = -\mathbf{v}\mathbf{z}^T$ . Sotto quale condizione su  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{z}$  il metodo è convergente?
6. Scrivere una funzione MatLab che dati in ingresso  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $tol$  genera la successione prodotta dal metodo iterativo con vettore iniziale nullo arrestandosi quando  $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k+1}\|_\infty \leq tol$  e restituendo in uscita il valore di  $\mathbf{x}_k$  e  $k$ .