

4° Compitino di MDAL

26 maggio 2016

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

Esercizio 1. Siano dati i seguenti vettori in \mathbb{R}^3 .

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Trovare una base ortogonale (\vec{q}_1, \vec{q}_2) di $\text{span}(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$.
- (b) Trovare un vettore \vec{v} ortogonale a \vec{v}_1 e \vec{v}_2 .

Esercizio 2. Calcolare autovalori e autovettori di

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

La matrice è diagonalizzabile?

Esercizio 3. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} z + y \\ y + x \\ 2x \end{bmatrix}.$$

- (a) calcolare la matrice A associata a f rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 (in partenza e in arrivo).
(b) calcolare la matrice M associata a f rispetto alla base

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- (c) Trovare *un* autovalore di f .

