

**5° Esame di MDAL**

1 luglio 2016

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

**Esercizio 1.** a) Trovare tutti gli interi  $x$  che soddisfano la congruenza:

$$693x \equiv 945 \pmod{147}$$

b) Trovare tutti gli interi  $y$  che soddisfano la congruenza:

$$693y^2 \equiv 945 \pmod{147}$$

c) Trovare tutti gli interi  $z$  che soddisfano la congruenza:

$$693z^3 \equiv 945 \pmod{147}$$

**Esercizio 2.** Fattorizzare il polinomio  $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$  come prodotto di polinomi irriducibili in  $\mathbb{Q}[x], \mathbb{R}[x], \mathbb{C}[x], \mathbb{Z}_{19}[x]$ .

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  data da

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + 2y \\ 2x + 4y \\ x + ay \end{bmatrix},$$

dove  $a \in \mathbb{R}$  è un parametro fissato.

- (i) Trovare la matrice associata a  $f$  rispetto alle basi canoniche di  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ .
- (ii) Per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  l'applicazione  $f$  è iniettiva?
- (iii) Per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  l'applicazione  $f$  è suriettiva?

**Esercizio 4.** (i) Trovare autovalori e autovettori della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sul campo  $\mathbb{R}$ . La matrice è diagonalizzabile?

(ii) Trovare autovalori e autovettori di  $A$  sul campo  $\mathbb{C}$ . La matrice è diagonalizzabile?

(iii) Si esibisca una matrice  $V \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$  tale che  $V^{-1}AV$  è diagonale.